

中性子バイオ・ソフトマターワークショップ 中性子小角散乱の基礎 II.実験、多成分系、ソフトマター

柴山 充弘(東大物性研)



JRR-3

J-PARC: Japan Proton Accelerator Research Complex MLF: Materials and Life Science Facility JAEA: Japan Atomic Energy Agency JRR-3: Japan Research Reactor No. 3 (1990 -)

定常炉(20MW)





目次

- ・装置と実験手順
- 高分子系
- 多成分系
- 応用例
- まとめ
- 付録



3











棒·円盤

主な形状因子

球
$$P(q) = \Phi^2(qR), \quad \Phi(qR) = \frac{3[\sin(qR) - qR\cos(qR)]}{(qR)^3}$$

 $P(q) \propto \int_{\alpha=0}^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{2J_1(qR\sin\alpha)}{qR\sin\alpha} \frac{\sin(qH\cos\alpha)}{qH\cos\alpha} \right]^2 \sin\alpha \ d\alpha$







高分子系からの散乱

- 1. 単一鎖
- 2. 回転半径
- 3. デバイ関数:ガウス鎖の散乱関数
- 4. 高分子希薄溶液の散乱関数(計算例)
- 5. 希薄系から濃厚系へ
- 6. 高分子溶液 (小角X線散乱とのアナロジー)
- 7. ブロブの概念、準濃厚系の散乱関数
- 8. 同等な分子からなる同位体ブレンド





R_G

R.

R

2. 回転半径:高分子の大きさの目安

回転半径:重心からの距離の平均 $\mathbf{R}_{c} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \mathbf{R}_{n}$ $R_{g}^{2} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \langle (\mathbf{R}_{n} - \mathbf{R}_{c})^{2} \rangle$ 重心からの距離の2乗平均 $R_{g}^{2} = \frac{1}{2N^{2}} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \langle (\mathbf{R}_{m} - \mathbf{R}_{n})^{2} \rangle$ 任意の2点間距離の2乗平均 **分子量が大きいと** (N >> 1) $\langle (\mathbf{R}_{n} - \mathbf{R}_{m})^{2} \rangle \approx |n - m| e^{2}$ $R_{g}^{2} = \frac{a^{2}}{2N^{2}} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} |n - m| = \frac{Na^{2}}{2} \int_{0}^{1} x^{2} dx$ $= \frac{Na^{2}}{6}$ **理想鎖の拡がり** $R_{g}^{2} = \frac{3}{5}R^{2}$ 球状粒子の場合の球の半径R12



3. デバイ関数:ガウス鎖の散乱関数



セグメントの対相関関数

$$g_n(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^{N} \left\langle \delta \left\{ \mathbf{r} - (\mathbf{R}_m - \mathbf{R}_m) \right\} \right\rangle$$
$$g(\mathbf{r}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} g_n(\mathbf{r}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \left\langle \delta \left\{ \mathbf{r} - (\mathbf{R}_m - \mathbf{R}_m) \right\} \right\rangle$$

形状因子

$$g(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} g(\mathbf{r}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \left\langle \exp\left[i\mathbf{q}\cdot\left(\mathbf{R}_{m}-\mathbf{R}_{n}\right)\right] \right\rangle$$

ガウス鎖のフーリエ変換

$$\begin{aligned} &\left\langle \exp[i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{R}_{m} - \mathbf{R}_{n})] \right\rangle = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} \left(\frac{3}{2\pi |n - m|a^{2}} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{3\mathbf{r}^{2}}{2|n - m|a^{2}} \right) \\ &= \left\langle \exp[iq_{\alpha}(R_{n\alpha} - R_{n\alpha})] \right\rangle \\ &= \exp\left[-\frac{1}{2}q_{\alpha}^{2}(R_{n\alpha} - R_{n\alpha}) \right] = \exp\left[-\frac{|m - n|}{6}a^{2}q^{2} \right] \\ &\left| m - n \right|$$
 を重合度とするガウス関数

デバイ関数

$$\begin{split} g(q) &= \frac{1}{N} \sum_{n} \sum_{m} \left\langle \exp\left[i\mathbf{q} \cdot \left(\mathbf{R}_{m} - \mathbf{R}_{n}\right)\right] \right\rangle = \frac{1}{N} \sum_{n} \sum_{m} \exp\left[-\frac{|m-n|}{6} a^{2} q^{2}\right] \\ &= Ng_{\mathrm{D}} \left(\left(qR_{g}\right)^{2}\right) \\ g_{\mathrm{D}} \left(\left(qR_{g}\right)^{2}\right) &= g_{\mathrm{D}}(x) = \frac{2}{x^{2}} \left(e^{-x} - 1 + x\right) \end{split}$$

$$g_D(x) = \frac{2N}{x^2} (e^{-x} - 1 + x), \quad x \equiv R_g^2 q^2$$

 $g_{\scriptscriptstyle D}(q) = \begin{cases} N \left(1 - q^2 R_{\scriptscriptstyle E}^{\ 2} / 3\right), & q R_{\scriptscriptstyle E} << 1 \\ 2N / q^2 R_{\scriptscriptstyle E}^{\ 2}, & q R_{\scriptscriptstyle E} >> 1 \end{cases}$

形状因子を
$$q = 0$$
で1に規格化する

$$P_{\rm D}(q) = \frac{g_{\rm D}(x)}{N} = \frac{2}{x^2} \left(e^{-x} - 1 + x \right), \quad x = R_{\rm g}^2 q^2$$
$$P_{\rm D}(q) = 1 - \frac{1}{3} R_{\rm g}^2 q^2 + \dots$$
13

• A. 高分子希薄溶液の散乱関数
$$f(q) = (\Delta \rho)^2 v_2 \phi N P_D(q)$$

$$f(q) = (\Delta \rho)^2 v_2 \phi N P_D(q)$$

$$f(z) \wedge f(z) \wedge f(z) \wedge f(z)$$

$$f(z) \wedge f(z) \wedge f(z) \wedge f(z) \wedge f(z)$$

$$f(z) \wedge f(z) \wedge f(z) \wedge f(z) \wedge f(z) \wedge f(z)$$

$$f(z) \wedge f(z) \wedge f$$





6. 高分子溶液 (Zimm散乱式)

(小角X線散乱の教科書などでよく見かける式で表記した場合)

高分子溶液の散乱関数

$$\frac{(b_2 v_1 / v_2 - b_1)^2 N_A c}{I(q) m^2} = \frac{1}{z m P_D(q)} + \frac{N_A v_{ex}}{m^2} c$$
$$= \frac{1}{M P_D(q)} + 2A_2 c$$

m; 分子量, N_A; アボガドロ数, v_{ex}; 排除体積, M; 分子量, c;高分子濃度 b₂;溶質の散乱長、b₁;溶媒の散乱長、 P_D(q);デバイ関数

第2ビリアル係数

$$A_{2} = \frac{N_{A}v_{ex}}{2m^{2}} = \frac{N_{A}a^{3}}{2m^{2}} (1 - 2\chi)$$

散乱強度式 (Zimm equation)

$$\frac{\left(b_2 v_1 / v_2 - b_1\right)^2 N_A c}{I(q)m^2} = \frac{1}{M} \left[1 + \frac{1}{3} R_g^2 q^2 + \dots\right] + 2A_2 c$$









8. 同等な分子からなる同位体ブレンド

ー種類の散乱関数(デバイ関数P_D(q))しか存在しない。

$$P(q) = P_{D,11}(q) = P_{D,22}(q) = -P_{D,12}(q)$$

$$I(q) = \frac{(b_D - b_H)^2}{v_0} \phi(1 - \phi) N P_D(q)$$

$$=\frac{(b_{D}-b_{H})^{2}N_{A}}{\hat{v}_{0}}\phi(1-\phi)NP_{D}(q)$$

例:重水素化ポリスチレン、水素化ポリスチレンの 50/50プレンド(重合度N = 1000)



18

$$I(q=0) = \left\{ (106.63 \times 10^{-13} [cm]) - (23.34 \times 10^{-13} [cm]) \right\}^{2}$$

×0.5² × $\frac{6.022 \times 10^{23}}{100 [cm^{3}]}$ × 1000 散乱強度は分子量(重合度)に比例
= 104.4[cm⁻¹]



9. 高分子ブレンド

ド・ジャンの散乱関数 (ランダム位相近似による散乱関数)



19





多成分系の解析手順















部分散乱関数















付録

- ・ 散乱長の計算
- 散乱長、散乱長密度の計算
- 便利な非干渉性散乱強度の評価

散乱長の計算

http://www.ncnr.nist.gov/resources/n-lengths/

$$b = b_{molecule} = \sum_{i} r_i b_{atom,i}$$

例 ベンゼン
$$C_6H_6$$

 $b_{benzene} = 6b_H + 6b_C$
 $= 6 \times (-3.739 \times 10^{-13}) + 6 \times (6.646 \times 10^{-13})$
 $= 17.442 \times 10^{-13} [cm]$

Isotope	conc	Coh b	Inc b	Coh xs	Inc xs	Scatt xs	Abs xs
	%	fm (= cm⁻¹³)	fm (= cm ⁻¹³)	barn (=cm ^{−24})	barn (=cm ⁻²⁴)	barn (=cm ⁻²⁴)	barn (=cm ⁻²⁴)
同位体	濃度	干涉散乱長	非干涉 散乱長	干涉断面積	非干涉 断面積	散乱断面積	吸収断面積
Н		-3.739		1.7568	80.26	82.02	0.3326
¹ H	99.985	-3.7406	25.274	1.7583	80.27	82.03	0.3326
² H	0.015	6.671	4.04	5.592	2.05	7.64	0.000519
с		6.646		5.551	0.001	5.551	0.0035
N		9.36		11.01	0.5	11.51	1.9
0		5.803		4.232	0.0008	4.232	0.00019

33



